ממירי מתח ממותגים
ניתוח ממירים במצב היציב

בהרצאה זו נלמד כיצד מנתחים ממירים ממותגים אשר עובדים במצב יציב, ונפתח שיטה לחישוב יחס המתחים ויחס הזרמים בממיר כללי.

מהו מצב יציב?

כאשר מנתחים מערכות כלליות בתחום הזמן, מגדירים לרוב מצב יציב כמצב שבו כל האותות במערכת קבועים בזמן. בהקשר של ממירים ממותגים הגדרה זו אינה שימושית במיוחד, מכיוון שהמתחים והזרמים משתנים כתוצאה מפעולת המיתוג.

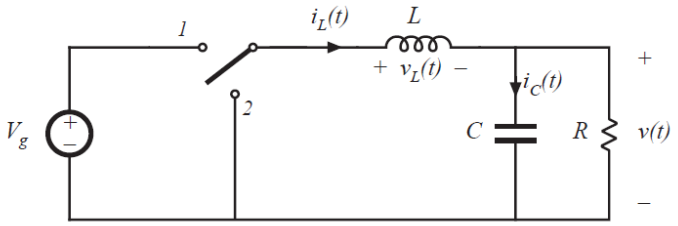
מסיבה זאת, נגדיר מצב יציב כך:

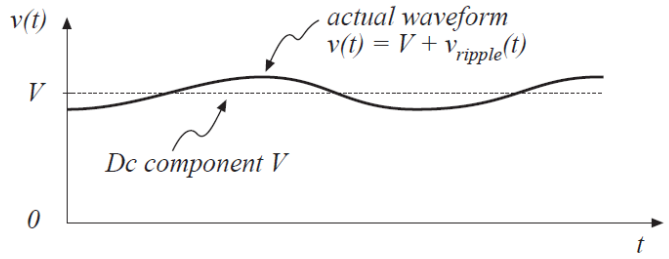
הממיר עובד במצב יציב ← כל אותות המתח והזרם מחזוריים עם מחזור T_s .

אותות ממוצעים

ניתוח ישיר של אותות משתנים בזמן הוא מסורבל יחסית. מסיבה זו, על מנת לפשט את הניתוח נתבונן בהתנהגות של **אותות ממוצעים על מחזור**.

לדוגמא, נתבונן במתח המוצא בממיר מסוג Buck:





כפי שמתואר באיור מתח המוצא $v(t)$ משתנה בזמן ומכיל שני מרכיבים:

- המתח <u>הממוצע</u> על מחזור:

$$V = \frac{1}{T_s}\int_{t}^{t+T_s} v(\tau)d\tau = \frac{1}{T_s}\int_{0}^{T_s} v(\tau)d\tau \qquad (1)$$

(שימו לב: מכיוון שהאות מחזורי, האינטגרל אינו תלוי בזמן ההתחלה t)

- <u>האדווה</u> של המתח (ripple): $v_{ripple}(t)$.

האות המקורי הוא סכום של שני המרכיבים הללו:

$$v(t) = V + v_{ripple}(t) \tag{2}$$

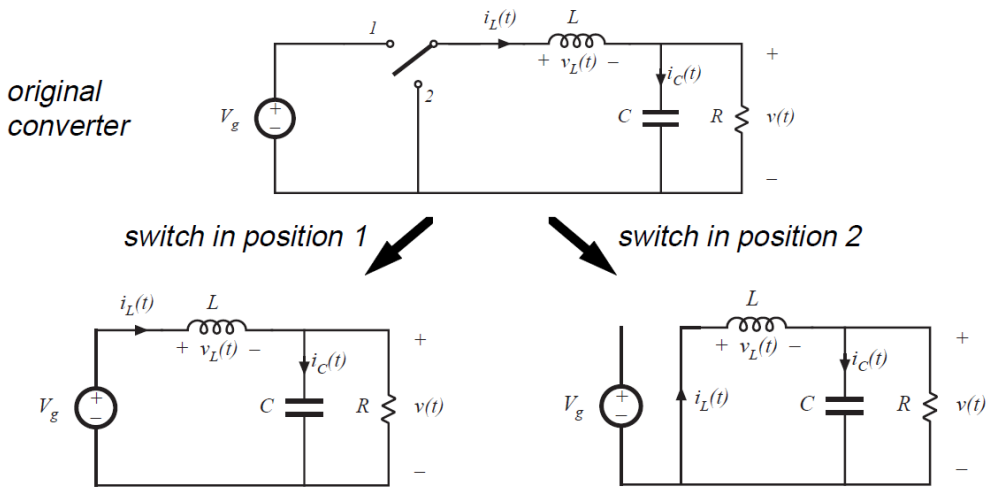
לעיתים נשתמש בהנחה שה – ripple קטן מאוד ביחס לממוצע, כך שמתקיים:

$$\begin{aligned} v_{ripple}(t) &\ll V \\ v(t) &\approx V = \text{constant} \end{aligned} \tag{3}$$

כלומר, האות הוא בקירוב אות DC.

ניתוח ממירים העובדים ב – Continuous Conduction Mode (CCM)

משטר עבודה CCM מתקיים כאשר מצב המתגים בממיר נקבע ישירות ע"י מערכת הבקרה. בממירים פשוטים נובע מכך שהמתגים יכולים להימצא בשני מצבים בלבד. לדוגמא בממיר Buck המתג יכול להימצא במצב 1 או במצב 2, ואין אפשרויות נוספות.



עקב כך, ב – CCM ניתן לרוב לחלק את מחזור המיתוג לשני חלקים:

- בחלק הראשון המתג נמצא במצב 1. נגדיר שמשך החלק הראשון במחזור הוא DT_s.
- בחלק השני המתג נמצא במצב 2. נגדיר שמשך החלק השני במחזור הוא $(1-D)T_s = D'T_s$.

ממירים לא תמיד עובדים במשטר CCM. כפי שנראה בהמשך, במשטר של Discontinuous Conduction Mode (DCM) המחזור מחולק לשלושה חלקים ואף יותר.

על מנת לנתח את ההתנהגות של הממיר במצב יציב נתבונן כעת במספר קשרים בין האותות הזמניים לבין הממוצע שלהם. יהי $x(t)$ אות כלשהו המייצג זרם או מתח במעגל, ו - X הממוצע של אות זה על פני מחזור. לפי הגדרה של אות ממוצע מתקיים (לכל t):

$$\int_{t}^{t+T_s} x(\tau)d\tau = T_s X = \int_{t}^{t+T_s} X d\tau \qquad (4)$$

כלומר, לצורך חישוב אינטגרלים על מחזור במצב היציב, תמיד ניתן להחליף "בתוך האינטגרל" מתחי קבלים וזרמי סלילים בערכים הממוצעים שלהם. במילים אחרות, ניתן להתייחס למתחי קבלים וזרמי סלילים המופיעים בתוך האינטגרל כאל קבועים.

בנוסף, עבור מתחי קבלים וזרמי סלילים, נבצע את הקירובים הבאים:

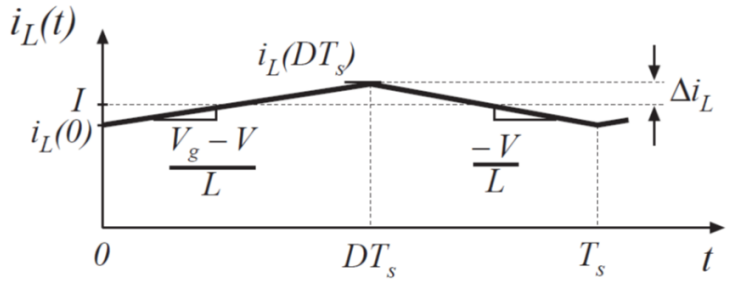
$$\int_{0}^{DT_s} x(\tau)d\tau \approx DT_s X = \int_{0}^{DT_s} X d\tau$$
$$\int_{DT_s}^{T_s} x(\tau)d\tau \approx D'T_s X = \int_{DT_s}^{T_s} X d\tau \qquad (5)$$

כאשר $D' = 1 - D$.

גם כאן החלפנו "בתוך האינטגרל" את האות הזמני בערך הממוצע שלו.
משוואות אלה אינן נכונות באופן כללי והן <u>קירוב בלבד</u>. במקרים רבים ניתן להצדיק קירוב זה לפי אחד מהשיקולים הבאים:

- **הקירוב של ripple קטן**. אם ה – ripple של האות קטן מאוד ביחס לממוצע, כלומר $x_{ripple}(t) \ll X$, אזי האות הזמני כמעט קבוע ולכן המשוואות הללו נכונות בקירוב. פעמים רבות נעשה קירוב זה כאשר נתבונן במתח הכניסה או המוצא של הממיר (מכיוון שבממיר DC/DC מתחים אלה קבועים בקירוב).

- **הקירוב של אות משולש**. כאשר הממיר עובד ב – CCM לעיתים קרובות מתקבלים אותות מתח וזרם שהם בקירוב משולשים. לדוגמא, במיר Buck בעל מתח קבוע בכניסה ובמוצא מתקבל אות זרם שנראה כך:



נחשב את השטח מתחת לאות המשולש ונקבל:

$$\int_0^{DT_s} i_L(\tau)d\tau = \underbrace{i_L(0)DT_s}_{\text{area of square}} + \underbrace{\frac{1}{2}\left(i_L(DT_s)-i_L(0)\right)DT_s}_{\text{area of triangle}}$$

$$= DT_s\frac{1}{2}\left(i_L(0)+i_L(DT_s)\right) \qquad (6)$$

$$= DT_s I_L$$

$$\int_{DT_s}^{T_s} i_L(\tau)d\tau = \underbrace{i_L(0)D'T_s}_{\text{area of square}} + \underbrace{\frac{1}{2}\left(i_L(DT_s)-i_L(0)\right)D'T_s}_{\text{area of triangle}}$$

$$= D'T_s\frac{1}{2}\left(i_L(0)+i_L(DT_s)\right) \qquad (7)$$

$$= D'T_s I_L$$

ניתן לראות שבמקרה זה המשוואות שהצגנו קודם מתקיימות במדויק.

נסכם אם כן את הנחות העבודה שלנו עבור מצב יציב ומשטר עבודה CCM:

- כל המתחים והזרמים במערכת הם גלים מחזוריים עם מחזור T_s. כזכור, זוהי ההגדרה של מצב יציב ממיר ממותג.
- למחזור יש שני חלקים שבכל אחד מהם מצב מתגים מסוים. משך החלק הראשון במחזור הוא DT_s, ומשך החלק השני במחזור הוא $(1-D)T_s = D'T_s$.
- עבור מתחי קבלים וזרמי סלילים, מתקיימים הקשרים הבאים בין האותות הזמניים והממוצעים שלהם על מחזור:

$$\int_0^{T_s} x(\tau)d\tau = T_s X = \int_0^{T_s} X\,d\tau$$

$$\int_0^{DT_s} x(\tau)d\tau \approx DT_s X = \int_0^{DT_s} X\,d\tau$$

$$\int_{DT_s}^{T_s} x(\tau)d\tau \approx D'T_s X = \int_{DT_s}^{T_s} X\,d\tau$$

- בנוסף נניח שבכל אחד מחלקי המחזור ניתן לרשום כל מתח או זרם במעגל כפונקציה ליניארית של מתחי קבלים וזרמי סלילים.
-

<u>עקרונות הניתוח</u>

- **בחירת משתנים.** כל סליל או קבל מתואר ע"י משתנה אחד:
  - סלילים מתוארים ע"י <u>הזרם הממוצע</u> לאורך מחזור:

$$I_i = \frac{1}{T_s}\int_0^{T_s} i_i(\tau)\,d\tau$$

- קבלים מתוארים ע"י <u>המתח הממוצע</u> לאורך מחזור:

$$V_i = \frac{1}{T_s}\int_0^{T_s} v_i(\tau)\,d\tau$$

כעת נפעיל שני עקרונות:

- **ממוצע המתח על סליל (לאורך מחזור) הוא אפס.**
- **ממוצע הזרם בקבל (לאורך מחזור) הוא אפס.**

שני העקרונות הללו נובעים מכך שבמצב יציב האותות מחזוריים. לדוגמא עבור סליל:

$$0 = i_L(t) - i_L(t+T_s) = \frac{1}{L}\int_t^{t+T_s} v_L(\tau)\,d\tau$$

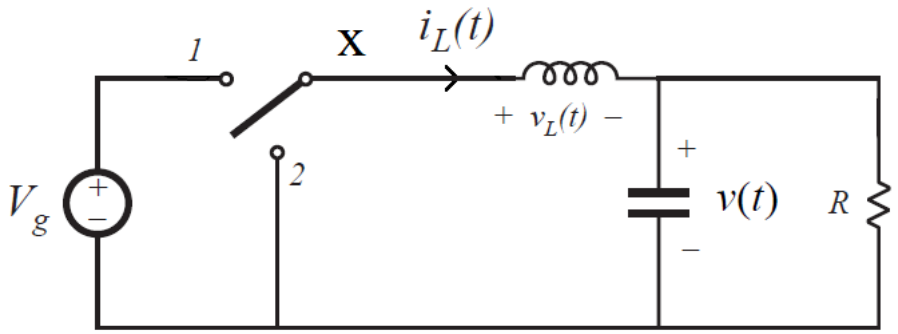
$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{T_s}\int_t^{t+T_s} v_L(\tau)\,d\tau = 0$$

ולכן המתח הממוצע על הסליל (לאורך מחזור) הוא אפס. עבור קבל הניתוח דומה, ומקבלים שממוצע הזרם חייב להתאפס.

עקרונות אלה, מאפשרים ניתוח של כל ממיר הפועל במשטר עבודה CCM.

<u>דוגמא – ניתוח ממיר Buck הפועל במשטר CCM</u>



הממיר (במצב היציב) מתואר ע"י שני משתנים:

I_L - הזרם הממוצע בסליל

V - המתח הממוצע על הקבל (מתח המוצא של הממיר)

<u>חישוב יחס המתחים</u>

נשתמש בעקרונות הניתוח שלמדנו על מנת לחשב את הגבר המתח.

ממוצע המתח על הסליל הוא אפס, ולכן

$$\int_0^{T_s} v_L(\tau)\,d\tau = \int_0^{T_s} v_x(\tau) - v(\tau)\,d\tau = 0 \tag{8}$$

נחליף "בתוך האינטגרל" :

$$\int_0^{T_s} v(\tau)\,d\tau = T_s V = \int_0^{T_s} V\,d\tau \tag{9}$$

ונקבל:

$$\int_0^{T_s} \left(v_x(\tau) - V\right) d\tau = 0 \tag{10}$$

כעת נטפל במתח $v_x(\tau)$. בחלק הראשון של המחזור מתח זה שווה ל- V_g, ובחלק השני של המחזור מתח זה שווה לאפס. נציב זאת באינטגרל ונקבל

$$\int_0^{DT_s} \left(V_g - V\right) d\tau + \int_{DT_s}^{T_s} \left(0 - V\right) d\tau = 0 \tag{11}$$

או באופן שקול

$$\begin{aligned} DT_s\left(V_g - V\right) + D'T_s\left(-V\right) &= 0 \\ D\left(V_g - V\right) + D'\left(-V\right) &= 0 \end{aligned} \tag{12}$$

קיבוץ איברים במשוואה זו והצבה של $D + D' = 1$ מובילים לתוצאה

$$\begin{aligned} DV_g - \left(D + D'\right)V &= 0 \\ DV_g - V &= 0 \\ V &= DV_g \end{aligned} \tag{13}$$

זהו הגבר המתח של ממיר Buck במצב יציב, ובמשטר עבודה CCM.
(כזכור, פיתחנו תוצאה זו גם בהרצאת המבוא)

<u>חישוב יחס הזרמים</u>

ממוצע הזרם בקבל המוצא הוא אפס:

$$\int_0^{T_s} \left(i_L(\tau) - \frac{v(\tau)}{R} \right) d\tau = 0 \tag{14}$$

שוב נחליף את האותות הזמניים בתוך האינטגרל בערכים ממוצעים ונקבל:

$$0=\int_0^{T_s}\left(I_L-\frac{V}{R}\right)d\tau$$

$$T_s\left(I_L-\frac{V}{R}\right)=0 \qquad (15)$$

$$I_L=\frac{V}{R}$$

כעת נסמן :

$i_g(t)$ - הזרם הזורם במקור המתח (בכניסה לממיר).

I_g - הממוצע של זרם זה לאורך מחזור.

לפי המעגל:

כאשר המתג במצב 1 מתקיים $i_g(t)=i_L(t)$.

כאשר המתג במצב 2 מתקיים $i_g(t)=0$.

ולכן הזרם הממוצע בכניסה מחושב כך:

$$I_g=\frac{1}{T_s}\int_0^{DT_s}i_L(\tau)d\tau+\frac{1}{T_s}\int_{DT_s}^{T_s}0d\tau=\frac{1}{T_s}\int_0^{DT_s}i_L(\tau)d\tau \qquad (16)$$

נחליף "בתוך האינטגרל" את האות $i_L(\tau)$ בערך הממוצע שלו ונקבל:

$$I_g=\frac{1}{T_s}\int_0^{DT_s}I_L d\tau=DI_L \qquad (17)$$

נציב תוצאות אלה זו בזו ונקבל

$$I_g=DI_L=D\frac{V}{R}$$

$$\frac{V}{R}=\frac{1}{D}I_g \qquad (18)$$

הזרם V/R הוא הזרם במוצא הממיר, וקיבלנו שהגבר הזרם הוא $\frac{1}{D}$.

כעת ניתן לוודא שאכן מתקיים חוק שימור הספק:

- הגבר המתח הוא $V=DV_g$.
- הגבר הזרם הוא $\frac{V}{R}=\frac{1}{D}I_g$

- שימור הספק:

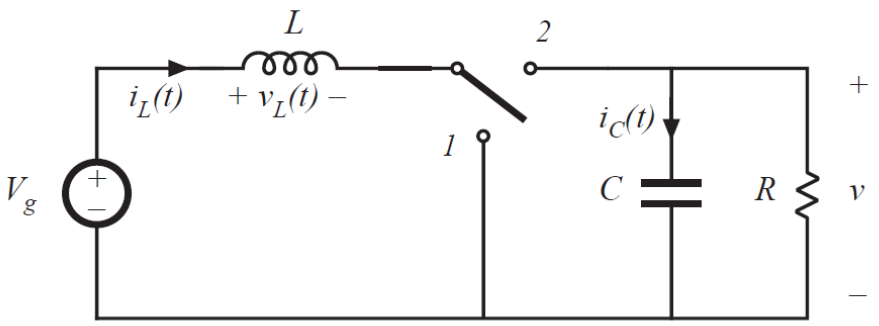
$$P_{out} = \frac{V^2}{R} = V \cdot \frac{V}{R} = V_g I_g = P_{in} \qquad (19)$$

הספק המוצא שווה להספק הכניסה.
הנצילות בדוגמא זו היא 100%, וזאת מכיוון שלא התייחסנו להפסדים בממיר.

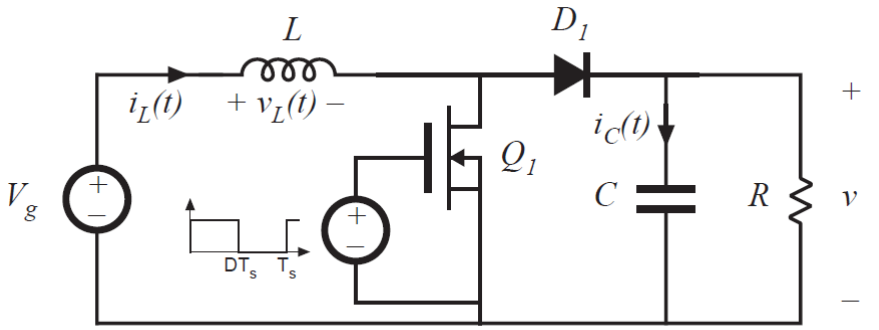
<u>דוגמא – ניתוח ממיר Boost במשטר עבודה CCM</u>

כעת נכיר ממיר חדש, הנקרא Boost. תפקידו של ממיר זה הוא להגביר את המתח, כלומר המתח במוצא הממיר <u>גבוה</u> מהמתח בכניסה לממיר.

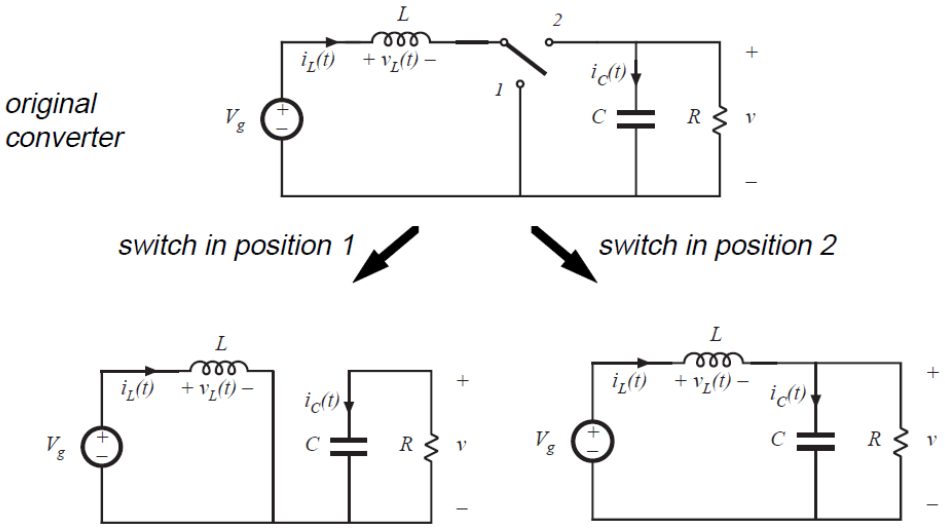
מימוש עקרוני באמצעות מתג אידיאלי:



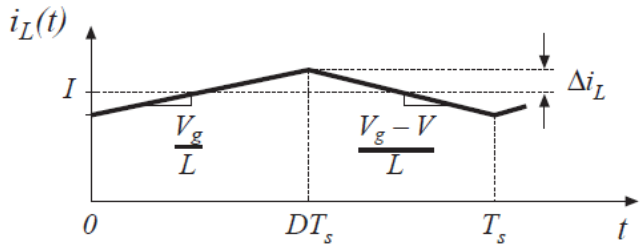
ומימוש באמצעות טרנזיסטור ודיודה:



ננתח כעת את יחס ההמרה של הממיר במצב היציב. נניח שהממיר עובד ב – CCM, ומחזור המיתוג מתחלק לשני חלקים:



בהנחה שמתח המוצא קבוע בקירוב, כלומר $v(t) \approx V = \text{constant}$, הזרם בסליל נראה כך:



<u>הגבר המתח</u>

על מנת לחשב את הגבר המתח נתבונן בסליל. המתח הממוצע על הסליל חייב להתאפס ולכן:

$$\int_0^{DT_s} V_g d\tau + \int_{DT_s}^{T_s} \left(V_g - v(\tau)\right) d\tau = 0 \tag{20}$$

נחליף "בתוך האינטגרל" את האות הזמני בממוצע שלו ונקבל:

$$\int_0^{DT_s} V_g d\tau + \int_{DT_s}^{T_s} \left(V_g - V\right) d\tau = 0 \tag{21}$$

מעט אלגברה:

$$\begin{aligned} DT_s V_g + D'T_s\left(V_g - V\right) &= 0 \\ DV_g + D'V_g - D'V &= 0 \\ V_g - D'V &= 0 \\ V = \frac{1}{D'}V_g &= \frac{1}{1-D}V_g \end{aligned} \tag{22}$$

הגבר הזרם

את הגבר הזרם ניתן לקבל ישירות משימור הספק:

$$V_g I_L = \frac{V^2}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{V}{R} = \frac{V_g}{V} I_L = D' I_L \tag{23}$$

נוודא כעת שאכן ניתן לקבל תוצאה זו גם על ידי שימוש בעקרונות שלמדנו.
הזרם הממוצע בקבל המוצא חייב להתאפס, ולכן:

$$\int_0^{DT_s} \left(-\frac{V}{R} \right) d\tau + \int_{DT_s}^{T_s} \left(I_L - \frac{V}{R} \right) d\tau = 0 \tag{24}$$

במשוואה זו כבר החלפנו את האותות הזמניים באותות הממוצעים שלהם.

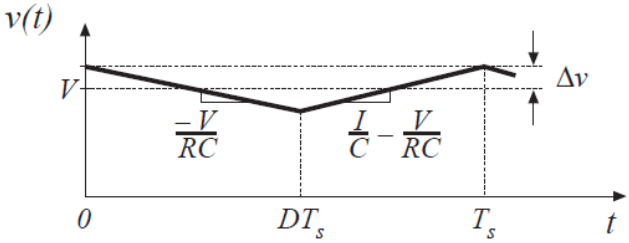
אלגברה:

$$\begin{aligned} D\left(-\frac{V}{R} \right) + D'\left(I_L - \frac{V}{R} \right) &= 0 \\ -D\frac{V}{R} + D' I_L - D'\frac{V}{R} &= 0 \\ -\frac{V}{R} + D' I_L &= 0 \\ \frac{V}{R} &= D' I_L \end{aligned} \tag{25}$$

חישוב ה – ripple במוצא הממיר

לעיתים קרובות חשוב לדעת מהו ה – ripple במוצא הממיר. לדוגמא, אם העומס במוצא הוא מנורת ליבון, או מנוע, ככל הנראה ניתן להסתפק ב – ripple גבוה. לעומת זאת, אם העומס הינו מעגל משולב הדורש מתח מדויק, ה – ripple צריך להיות נמוך.

נתבונן בדוגמא של ממיר Boost. המתח על קבל המוצא הינו



באיור זה ה – ripple מוגדר כ - Δv .

מתוך המשוואה היסודית של הקבל נקבל בחלק הראשון של המחזור:

(26) $$\frac{dv}{dt}=\frac{1}{C}i_c=\frac{1}{C}\left(-\frac{v(t)}{R}\right)\approx\frac{1}{C}\left(-\frac{V}{R}\right)=-\frac{V}{RC}$$

ולכן השינוי במתח הקבל במשך החלק הראשון של המחזור הוא

(27) $$-2\Delta v=-\frac{V}{RC}DT_s$$

ומכאן נקבל שה – ripple במוצא הממיר נתון ע"י

(28) $$\Delta v=\frac{V}{2RC}DT_s$$

ממשואה זו ניתן לראות שעל מנת להקטין את ה – ripple, ניתן להגדיל את קבל המוצא, או להגדיל את תדר המיתוג. באופן מעשי יתקבל ripple גבוה יותר עקב ההתנגדות הטורית של קבל המוצא.

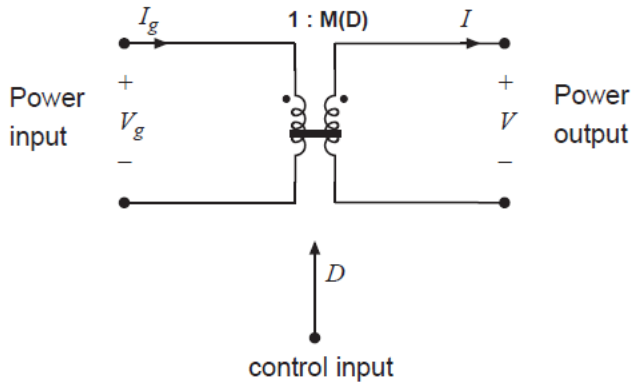
ייצוג ממירים ממותגים באמצעות מעגלים שקולים

פעמים רבות נוח לנתח את פעולתו של ממיר ממותג באמצעות מעגל שקול, המייצג את הקשרים שבין האותות הממוצעים. מעגל שקול כזה נקרא לעיתים "מודל אות ממוצע". בסעיף זה נלמד כיצד לבנות מעגלים שקולים כאלה.

השנאי האידיאלי

כפי שנראה מיד, מרכיב בסיסי במודל האות הממוצע של כל ממיר הוא השנאי האידיאלי. נציג כעת בקצרה את התכונות של שנאי זה.

נסמן שנאי אידיאלי כך:



הפונקציה $M(D)$ היא הגבר המתח של השנאי.

הנקודות מסמנות את כיוון המתח, כך שהנקודה תמיד חופפת ל – '+'.

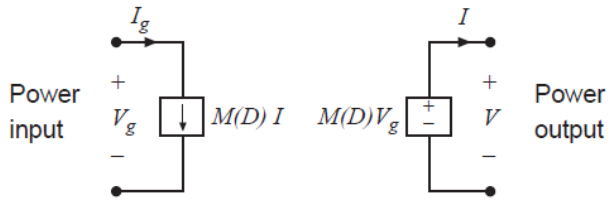
המשוואות של השנאי האידיאלי הן:

(29) $$V=M(D)V_g$$
$$I_g=M(D)I$$

וניתן לראות שהשנאי משמר הספק:

$$P_{in} = V_g I_g = VI = P_{out} \tag{30}$$

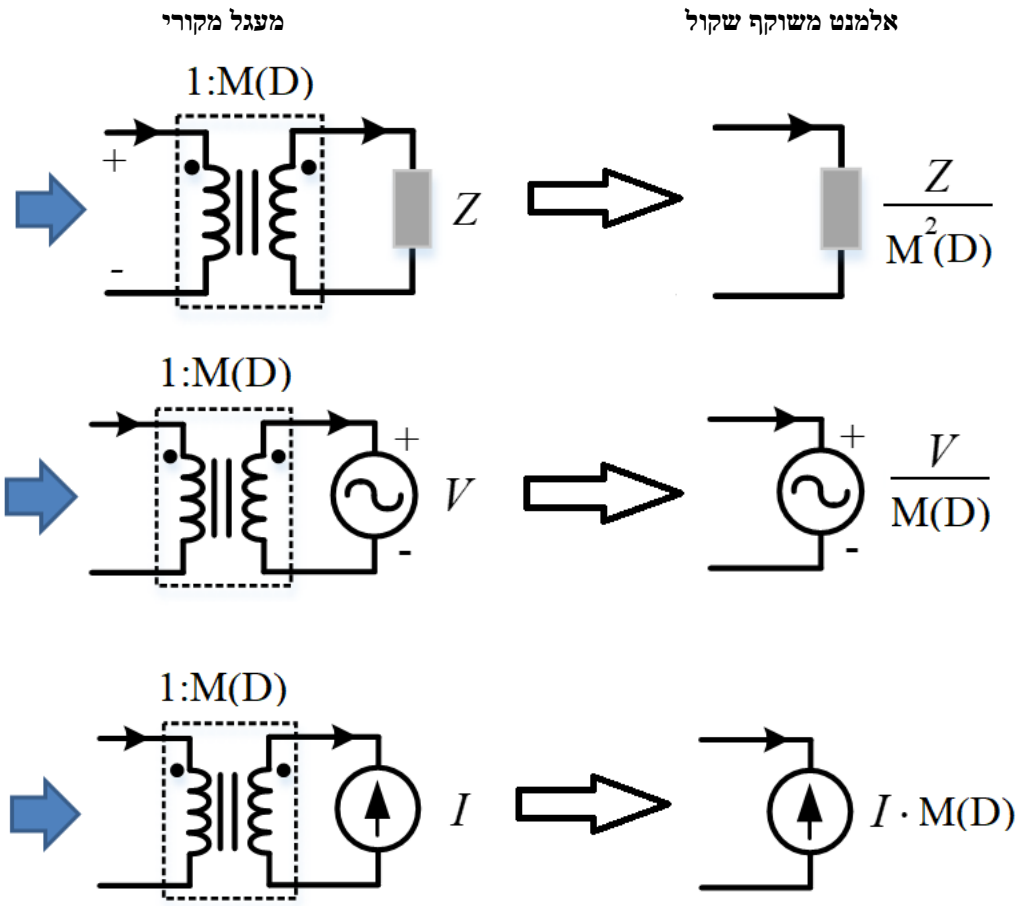
ניתן לייצג את השנאי האידיאלי ע"י שני מקורות מבוקרים, לדוגמא:



אפשר גם לבנות מעגל שקול הפוך שבו מקור המתח נמצא בכניסה, ומקור הזרם במוצא.

שיקוף אימפדנסים

שיטה מקובלת לניתוח מעגלים עם שנאים אידיאלים היא שיקוף אימפדנסים, כפי שמתואר באיור הבא:

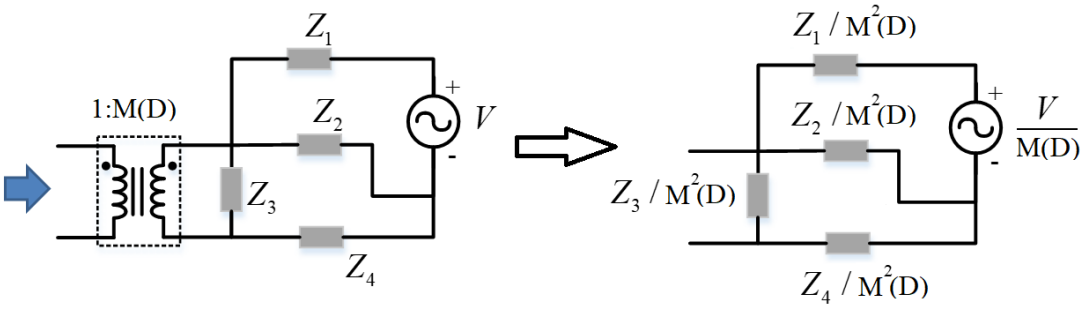


לדוגמא, במעגל הראשון:

$$Z' = \frac{v_1}{i_1} = \frac{v_2 / M(D)}{i_2 M(D)} = \frac{1}{M^2(D)} \frac{v_2}{i_2} = \frac{1}{M^2(D)} Z \tag{31}$$

כאשר v_1, i_1 הם המתח והזרם בצד שמאל של השנאי, ו - v_2, i_2 הם המתח והזרם בצד ימין.

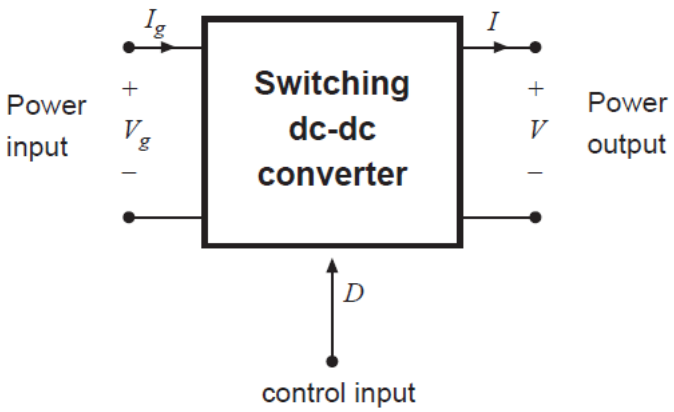
בנוסף, ניתן לשקף מצד לצד כל מעגל ליניארי. לדוגמא:



ייצוג ממיר ממותג באמצעות שנאי אידיאלי

כעת נלמד כיצד לייצג ממיר חסר הפסדים כלשהו באמצעות מעגל שקול, המבוסס על שנאי אידיאלי.

נתבונן בממיר ממותג כללי:



נניח כי

1. הממיר עובד במצב יציב (D קבוע, וכל האותות מחזוריים).
2. הממיר חסר הפסדים.
3. הגבר המתח הוא $M(D)$, לדוגמא:

במיר ה - Buck הפשוט שראינו קודם ההגבר הינו $M(D)=D$.

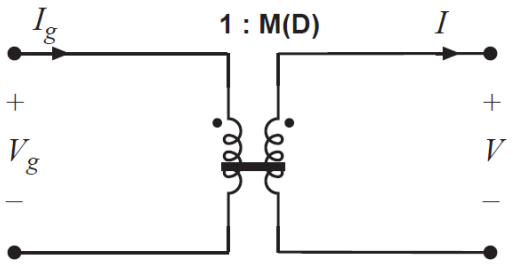
במיר ה - Boost הפשוט שראינו קודם ההגבר הינו $M(D)=1/D'$.

המשוואות של הממיר הן:

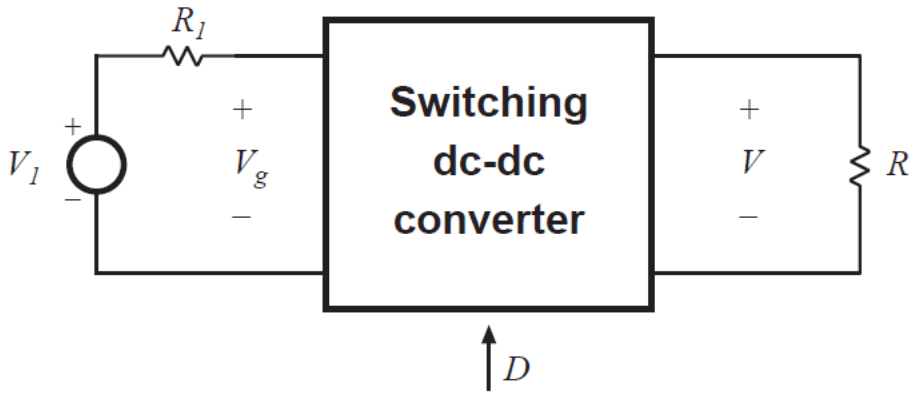
$$V = M(D)V_g$$
$$I_g = M(D)I \qquad (32)$$
$$P_{in} = V_g I_g = VI = P_{out}$$

כאשר כל האותות הללו הם אותות ממוצעים.

ברצוננו כעת לבנות מעגל שקול המייצג את הקשרים שבין האותות הממוצעים. במקרה זה המעגל השקול המתאים הוא שנאי אידיאלי, בעל הגבר מתח $M(D)$:



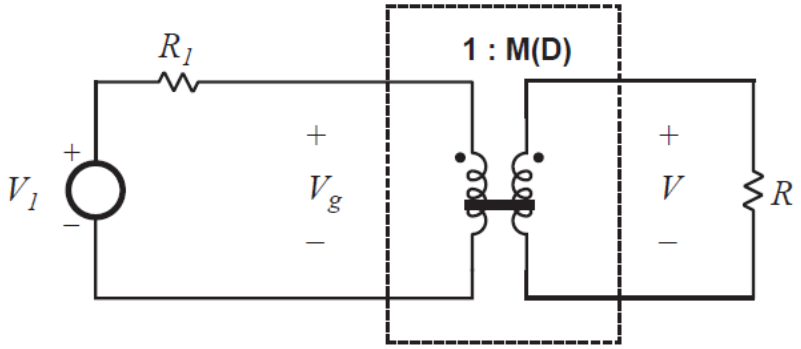
היתרון של ייצוג הממיר באמצעות מעגל שקול הוא שניתן לנתח בקלות את פעולתו של הממיר כאשר הוא מתפקד כחלק ממערכת גדולה יותר. לדוגמא, נתבונן במעגל הבא:

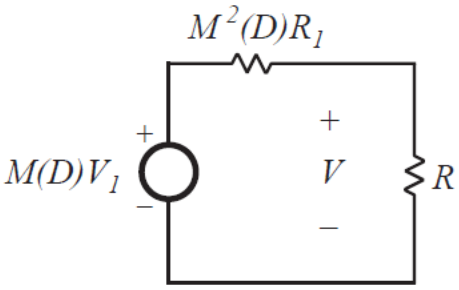


(שימו לב שבניגוד למקרים הקודמים כעת מחובר נגד בטור למקור המתח)

נניח שהמעגל פועל במצב יציב, ושהממיר חסר הפסדים.
מהו המתח במוצא המעגל?

נייצג את הממיר ע"י שנאי אידיאלי, ונשקף את מקור המתח והנגד לצד ימין:

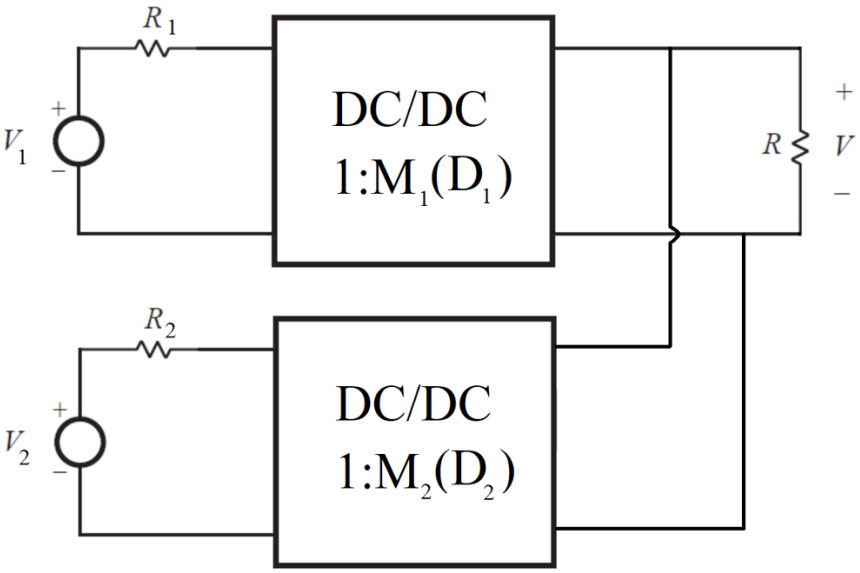




כעת ניתן לפתור את המעגל, ולחשב את הגבר המתח:

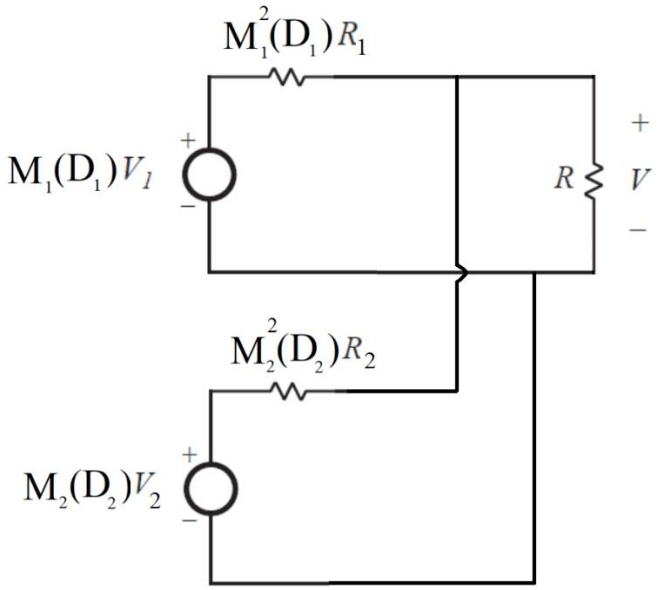
$$V = V_1 M(D) \frac{R}{R + M^2(D) R_1} \tag{33}$$

בצורה דומה, ניתן לנתח מערכות מורכבות יותר. לדוגמא:



נניח שהממירים חסרי הפסדים. מהו המתח V במוצא המעגל ?

שוב נחליף את הממירים בשנאים אידיאלים, ונשקף את כל האלמנטים לצד ימין:



כעת ניתן לפתור את המעגל, ולחשב את מתח המוצא:

$$V = \frac{M_1(D_1)M_2^2(D_2)R_2RV_1 + M_1^2(D_1)M_2(D_2)R_1RV_2}{M_1^2(D_1)M_2^2(D_2)R_1R_2 + M_1^2(D_1)R_1R + M_2^2(D_2)R_2R} \quad (34)$$

דילגנו על הפיתוח האלגברי, מכיוון שהפתרון של המעגל המסוים הזה אינו עקרוני לדיון שלנו.

מעגל שקול של ממיר בנוכחות הפסדים אוהמיים

ראינו אם כן שהייצוג של ממיר באמצעות מעגל שקול מפשט במידה ניכרת את הניתוח כאשר הממיר מתפקד כחלק ממערכת גדולה יותר.

כזכור, הסתמכנו על שתי הנחות:

א. הממיר עובד במצב יציב.

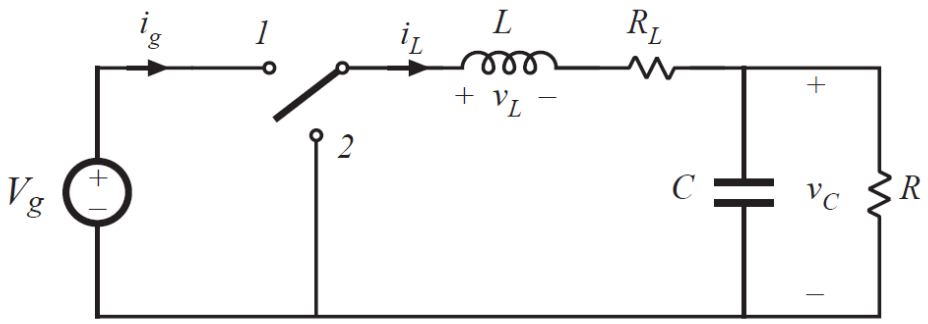
ב. הממיר חסר הפסדים.

תחת ההנחות הללו ראינו שניתן לייצג את הממיר כשנאי אידיאלי חסר הפסדים.

כיצד ניתן לייצג את הממיר כאשר הנחות אלה אינם מתקיימות? במקרה זה המעגל השקול מורכב יותר ומכיל אלמנטים נוספים. בסעיף זה נראה כיצד לבנות מעגל שקול <u>בנוכחות הפסדים אוהמיים</u>.

דוגמא – מעגל שקול של ממיר Buck, עם הפסדים אוהמיים בסליל

נתבונן בממיר Buck העובד ב – CCM. כעת נכליל במעגל את ההתנגדות הטורית של הסליל.



מטרתנו היא לבנות מעגל שקול המתאר את הקשרים שבין האותות הממוצעים.

נרשום את המשוואות של הממיר לפי העקרונות שלמדנו קודם.

ממוצע המתח על הסליל חייב להתאפס:

$$D\left(V_g - I_L R_L - V_C\right) + D'\left(-I_L R_L - V_C\right) = 0$$

(35)

$$DV_g - I_L R_L - V_C = 0$$

תוצאה זו נובעת מהחלפת האותות הזמניים בביטויים ממוצעים, ופתרון האינטגרלים. דילגנו פה על השלבים האלה, מכיוון שהם זהים עקרונית לניתוח שהוצג קודם.

ממוצע הזרם בקבל חייב להתאפס:

$$I_L - \frac{V_c}{R} = 0 \qquad (36)$$

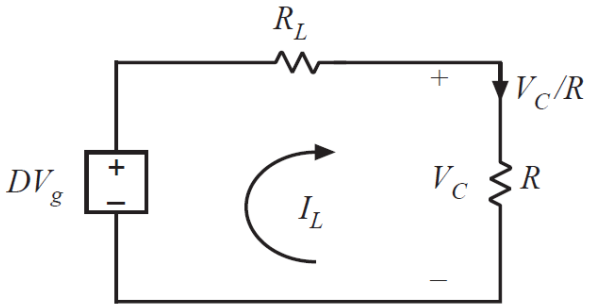
בנוסף, בכניסה לממיר:

$$I_g = DI_L \qquad (37)$$

כאמור, כל המשתנים במשוואות אלה הם אותות ממוצעים על מחזור.

כעת נתאר קשרים אלה באמצעות מעגל שקול.

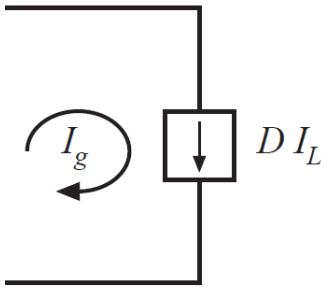
שתי המשוואות הראשונות מתוארות ע"י המעגל הבא:



$$DV_g - I_L R_L - V_C = 0$$

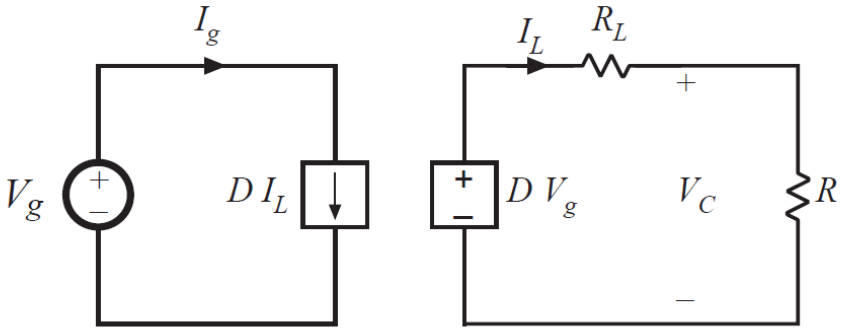
$$I_L - \frac{V_c}{R} = 0$$

והמשוואה השלישית מתוארת ע"י המעגל הבא:

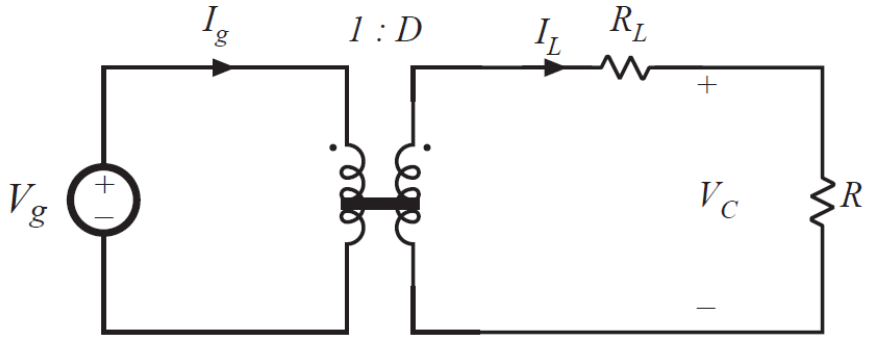


$$I_g = DI_L$$

מטרתנו היא לתאר את הממיר ע"י מעגל שקול המבוסס על שנאי אידיאלי. לשם כך, נצמיד את המעגלים הללו זה לזה ונקבל:



כעת נחליף את המקורות התלויים בשנאי אידיאלי:



קיבלנו שהממיר מתואר ע"י מעגל שקול המכיל שנאי אידיאלי, ונגד טורי.

כעת, ניתן להשתמש במודל זה על מנת לחשב את נצילות הממיר. ע"י שיקוף אימפדנסים נקבל:

$$V_c = V_g D \frac{R}{R_L + R}$$

(38)

$$I_g = DI_L = D\frac{V_c}{R}$$

והנצילות:

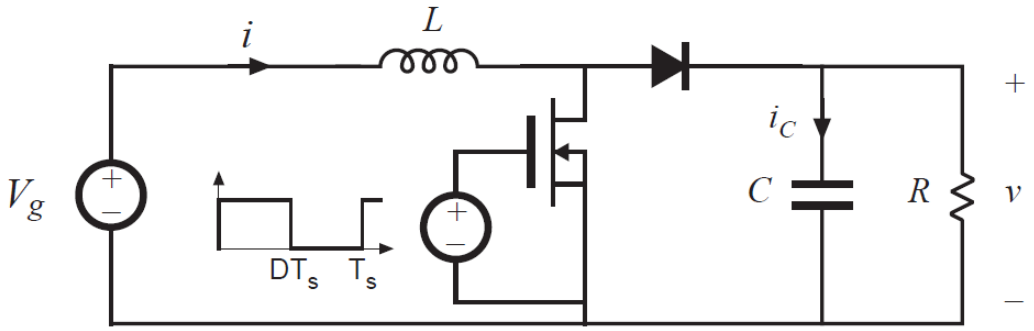
(39)

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{V_c \frac{V_c}{R}}{V_g I_g} = \frac{\left(V_g D \frac{R}{R_L + R}\right)\frac{V_c}{R}}{V_g\left(D\frac{V_c}{R}\right)} = \frac{R}{R_L + R}$$

נצילות זו פשטנית כמובן, וכוללת רק את ההפסדים הנובעים מההתנגדות של הסליל.
ניתן לראות שכאשר $R_L = 0$ מתקבלת נצילות $\eta = 1$. תוצאה זו צפויה מראש, מכיוון שהשנאי האידיאלי משמר הספק.

<u>דוגמא – מעגל שקול של ממיר Boost, עם הפסדים בסליל, בטרנזיסטור ובדיודה</u>

נתבונן בממיר Boost:

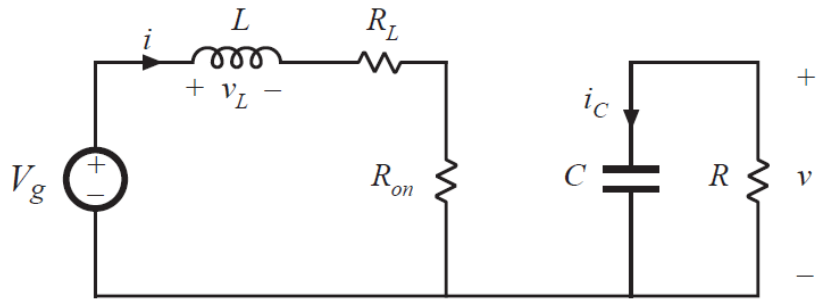


כעת נכלול במודל את ההפסדים בסליל, בטרנזיסטור ובדיודה. נניח כי:

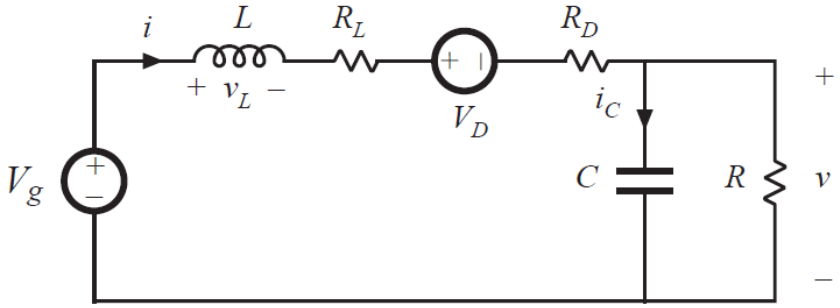
- הסליל מיוצג ע"י השראות בטור להתנגדות.
- הטרנזיסטור במצב הולכה מיוצג ע"י נגד R_{on} .
- הדיודה במצב הולכה מיוצגת ע"י מקור מתח V_D, בטור לנגד R_D .

מטרתנו היא לפתח מעגל שקול הכולל את האלמנטים האלה.

כאשר הטרנזיסטור מוליך (מצב 1) מתקבל המעגל השקול:



וכאשר הדיודה מוליכה (מצב 2) מתקבל המעגל השקול:



נשתמש בעקרונות שלמדנו.

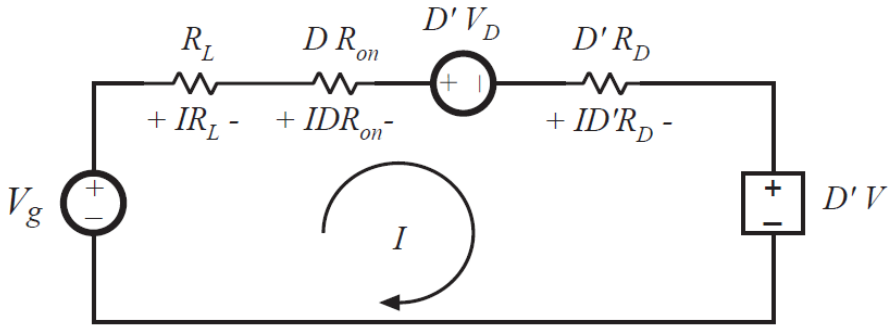
המתח הממוצע על הסליל חייב להתאפס:

$$D\left(V_g - IR_L - IR_{on}\right) + D'\left(V_g - IR_L - V_D - IR_D - V\right) = 0$$

$$\Downarrow \tag{40}$$

$$V_g - IR_L - IDR_{on} - D'V_D - ID'R_D - D'V = 0$$

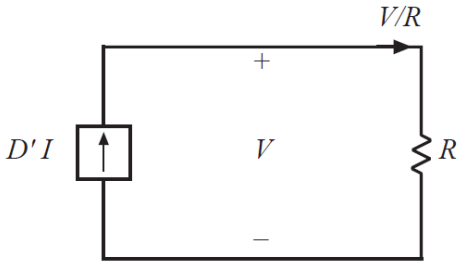
משוואה זו ניתן לתאר ע"י מעגל שקול:



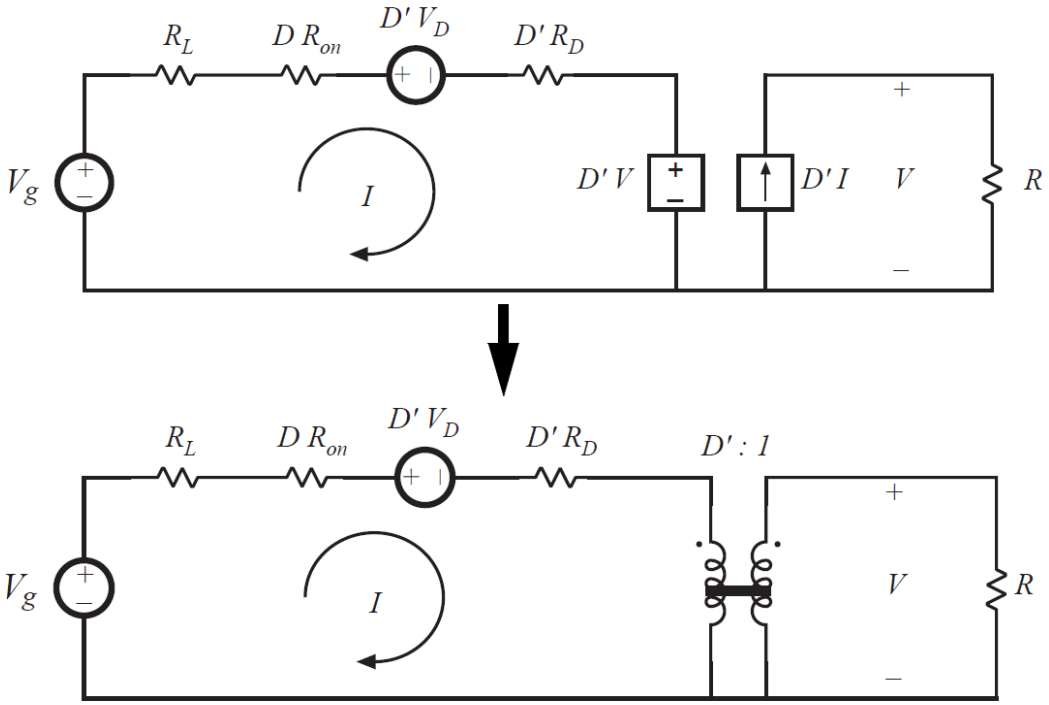
בנוסף, הזרם הממוצע בקבל חייב להתאפס:

$$D(-V/R)+D'(I-V/R)=0$$
$$\Downarrow$$
$$D'I-V/R=0 \tag{41}$$

משוואה זו ניתן לתאר ע"י מעגל שקול:



והמעגל השקול השלם הינו:



כעת ניתן לחשב את הגבר המתח:

$$\frac{V}{V_g}=\left(\frac{1}{D'}\right)\left(1-\frac{D'V_D}{V_g}\right)\left(\frac{1}{1+\frac{R_L+DR_{on}+D'R_D}{(D')^2R}}\right) \tag{42}$$

ואת הנצילות:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{1 - \frac{D'V_D}{V_g}}{1 + \frac{R_L + DR_{on} + D'R_D}{(D')^2 R}} \qquad (43)$$

שוב דילגנו על הפיתוח האלגברי, מכיוון שאינו עקרוני לדיון שלנו.

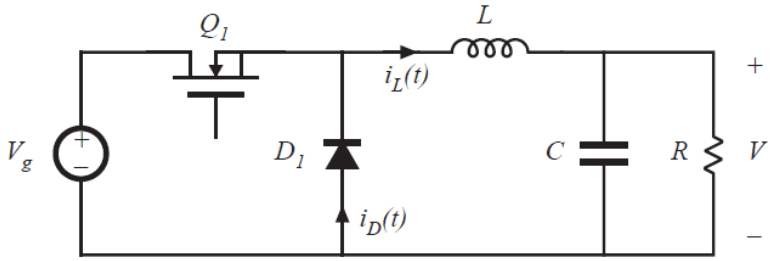
ניתן לראות שעל מנת לקבל נצילות גבוהה, צריכים להתקיים התנאים הבאים:

א. $V_g / D' \gg V_D$ - כלומר, מפל המתח הקדמי על הדיודה קטן יחסית.

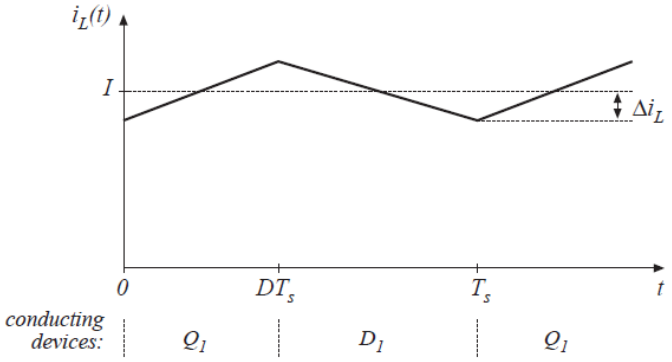
ב. $(D')^2 R \gg R_L + DR_{on} + D'R_D$ - כלומר, ההתנגדויות הפרזיטיות קטנות יחסית.

ניתוח ממירים העובדים ב – Discontinuous Conduction Mode (DCM)

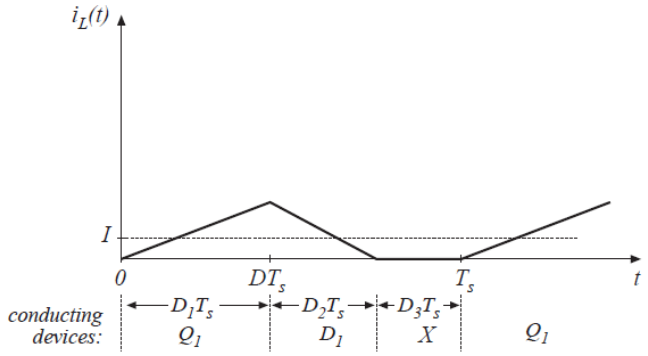
משטר עבודה DCM מתקיים כאשר מצב המתגים בממיר תלוי בזרמים ובמתחים, ואינו נקבע ישירות ע"י המתכנן. במצב עבודה זה מחזור המיתוג מתחלק לשלושה מצבי עבודה ואף יותר. לדוגמא בממיר Buck הממומש באמצעות טרנזיסטור ודיודה, הממיר עובד ב – DCM כאשר זרם הסליל מתאפס באמצע המחזור והדיודה מפסיקה להוליך:



CCM



DCM



ניתן לראות שבמצב DCM מחזור המיתוג מתחלק לשלושה חלקים:

חלק 1 – טרנזיסטור מוליך, משכו של חלק זה הוא D_1T_s.

חלק 2 – דיודה מוליכה, משכו של חלק זה הוא D_2T_s.

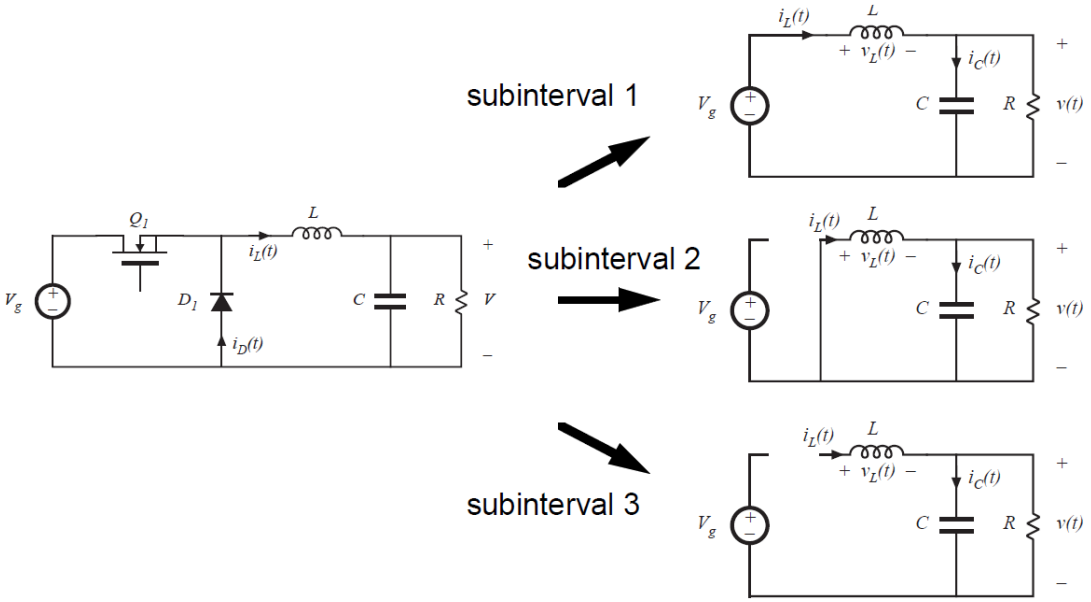
חלק 3 – טרנזיסטור ודיודה אינם מוליכים, משכו של חלק זה הוא D_3T_s.

ומתקיים כמובן $D_1 + D_2 + D_3 = 1$.

משך החלק הראשון (D_1T_s) נבחר ישירות ע"י המתכנן.

משך החלק השני והשלישי (D_2T_s , D_3T_s) נקבעים לפי נקודת הזמן שבו הזרם בסליל מתאפס, והדיודה מפסיקה להוליך. זמנים אלה אינם נקבעים ע"י המתכנן, ומשתנים כתלות בזרם הסליל.

להלן איור של מצבי העבודה ב – DCM :



לעיתים קרובות הממיר עובד במשטר DCM כאשר הזרם לעומס נמוך.
בממיר Buck המוצג באיור, התנאי לעבודה ב – DCM הוא :

$$I > \Delta i_L \quad \Rightarrow \quad \text{CCM}$$
$$I < \Delta i_L \quad \Rightarrow \quad \text{DCM}$$

(שימו לב: את הגדלים האלה יש לחשב במצב CCM)

בממיר זה ניתן להראות כי

$$I = \frac{D_1 V_g}{R} \qquad \text{(in CCM)}$$
$$\Delta i_L = \frac{D_1(1-D_1)T_s V_g}{2L} \qquad \text{(in CCM)} \tag{44}$$

נציב ונקבל שהתנאי ל – DCM הוא:

$$\frac{D_1 V_g}{R} < \frac{D_1(1-D_1)T_s V_g}{2L} \quad \Rightarrow \quad \frac{2L}{RT_s} < 1 - D_1 \tag{45}$$

ניתן לראות שכאשר העומס מספיק נמוך (R גבוה), הממיר עובד ב – DCM.

ניתוח ממירים העובדים ב – DCM

כאשר ניתחנו קודם את המצב היציב של ממירים העובדים ב – CCM הסתמכנו על ההנחות הבאות:

- המתחים והזרמים במערכת הם גלים מחזוריים עם מחזור T_s (זוהי ההגדרה של מצב יציב בממיר ממותג). כתוצאה מכך:
  - ממוצע המתח על סליל (לאורך מחזור) הוא אפס.
  - ממוצע הזרם בקבל (לאורך מחזור) הוא אפס.

- עבור מתחי קבלים וזרמי סלילים, מתקיימים הקשרים הבאים בין האותות הזמניים והממוצעים שלהם על מחזור:

$$\int_0^{T_s} x(\tau)d\tau = T_s X = \int_0^{T_s} X d\tau$$

$$\int_0^{DT_s} x(\tau)d\tau \approx DT_s X = \int_0^{DT_s} X d\tau$$

$$\int_{DT_s}^{T_s} x(\tau)d\tau \approx D'T_s X = \int_{DT_s}^{T_s} X d\tau$$

הצדקנו את הקירובים הללו לפי השיקולים הבאים:

- ripple קטן, או
- אות משולש.

האם ההנחות האלה נכונות במצב DCM ?

ההנחה הראשונה של גלים מחזוריים נובעת ישירות מהגדרת המצב היציב, ולכן היא נשארת ללא שינוי. גם המסקנות הנובעות מהנחה זו (איפוס ממוצע המתח בסליל, וממוצע הזרם בקבל) עדיין תקפות.

הקושי של ניתוח ממירים במצב DCM הוא שהקירובים שעשינו עבור האינטגרלים אינם תקפים. בפרט:

- עבור זרמי סלילים הקירוב של ripple קטן אינו תקף.
- הקירוב של אות משולש אינו תקף לכל האותות.

זה משאיר לנו רק את הקירוב של ripple קטן, עבור קבלים בלבד.

נסכם אם כן את הנחות העבודה שלנו עבור מצב DCM :

- כל המתחים והזרמים במעגל הם גלים מחזוריים עם מחזור T_s. זוהי ההגדרה של מצב יציב בממיר ממותג. כתוצאה מכך:
  - ממוצע המתח על סליל (לאורך מחזור) הוא אפס.
  - ממוצע הזרם בקבל (לאורך מחזור) הוא אפס.

- מתקיימים הקשרים הבאים בין האותות הזמניים והממוצעים שלהם על מחזור:
לכל האותות (מתח וזרם):

$$\int_0^{T_s} x(\tau)d\tau = T_s X = \int_0^{T_s} X\,d\tau$$

(זהו שוויון מדויק, הנובע ישירות מההגדרה של אות ממוצע)

- בנוסף, עבור מתחי קבלים בלבד (בהנחה שה – ripple קטן):

$$\int_0^{D_1T_s} v(\tau)d\tau \approx D_1T_sV$$

$$\int_{D_1T_s}^{(D_1+D_2)T_s} v(\tau)d\tau \approx D_2T_sV$$

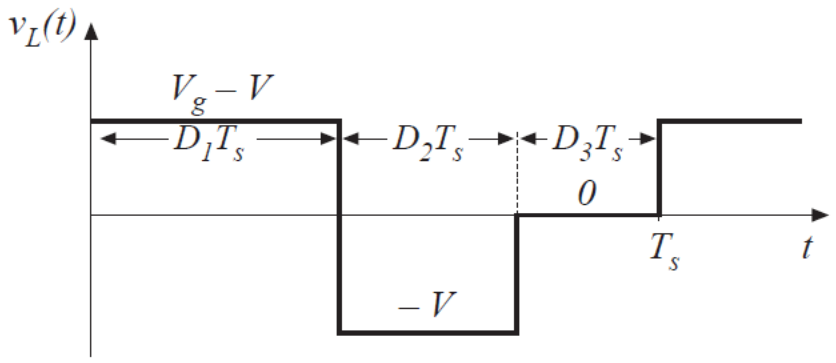
$$\int_{(D_1+D_2)T_s}^{T_s} v(\tau)d\tau \approx D_3T_sV$$

בהתבסס על הנחות אלה, שיטה מקובלת לניתוח ממירים העובדים ב – DCM היא:

1. לרשום את המשוואות עבור איפוס ממוצע המתח בסלילים.
2. להחליף את <u>המתחים</u> המופיעים במשוואות בערכים הממוצעים, בדיוק כפי שעשינו עבור CCM.
3. לרשום את המשוואות עבור איפוס ממוצע הזרם בקבלים.
4. כעת אי אפשר להחליף <u>זרמים</u> בערכים הממוצעים שלהם. במקום זאת, יש לחשב את האינטגרלים ישירות, על מנת לקבל קשר בין המתחים הממוצעים.

לשם דוגמא ננתח כעת ממיר Buck העובד במצב DCM.
נניח שה – ripple במוצא קטן מאוד, כך שמתקיים $v(t)=V$.

ראשית, המתח הממוצע על הסליל חייב להתאפס. מתח זה כפונקציה של הזמן הוא:



ולכן:

$$D_1\left(V_g - V\right) + D_2\left(-V\right) + D_3 \cdot 0 = 0$$
$$\Downarrow \tag{46}$$
$$V = \frac{D_1}{D_1 + D_2} V_g$$

במשוואה זו:

- D_1 ידוע, מכיוון שהוא נקבע ישירות ע"י המתכנן.
- D_2 אינו ידוע.

על מנת למצוא את יחס ההמרה אנו זקוקים למשוואה נוספת.
משוואה נוספת זו נובעת מכך שהזרם הממוצע בקבל חייב להתאפס:

$$\frac{1}{T_s}\int_0^{T_s} i_c\left(\tau\right) d\tau = 0 \tag{47}$$

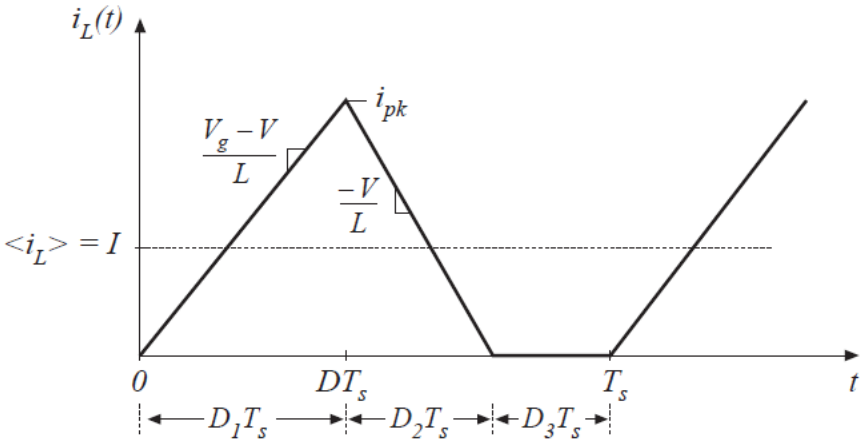
במוצא הממיר מתקיים:

$$i_c\left(t\right) = i_L\left(t\right) - \frac{V}{R} \tag{48}$$

נציב זאת באינטגרל ונקבל:

$$\frac{1}{T_s}\int_0^{T_s}\left(i_L\left(\tau\right) - \frac{V}{R}\right) d\tau = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{V}{R} = \frac{1}{T_s}\int_0^{T_s}\left(i_L\left(\tau\right)\right) d\tau \tag{49}$$

כעת עלינו לפתור את האינטגרל ישירות. הזרם בסליל נראה כך:



נחשב את שטח המשולש ונקבל:

$$\frac{1}{T_s}\int_0^{T_s}\left(i_L(\tau)\right)d\tau=\frac{1}{2}i_{pk}\left(D_1+D_2\right) \tag{50}$$

בנוסף, זרם השיא נתון ע"י

$$i_{pk}=\frac{V_g-V}{L}D_1T_s \tag{51}$$

נציב ונקבל

$$\frac{1}{T_s}\int_0^{T_s}\left(i_L(\tau)\right)d\tau=\frac{1}{2}\left(\frac{V_g-V}{L}\right)D_1T_s\left(D_1+D_2\right) \tag{52}$$

ולכן

$$\begin{aligned}\frac{V}{R}&=\frac{1}{T_s}\int_0^{T_s}\left(i_L(\tau)\right)d\tau \quad\Rightarrow\\ \frac{V}{R}&=\frac{D_1T_s}{2L}\left(D_1+D_2\right)\left(V_g-V\right)\end{aligned} \tag{53}$$

לסיכום, קיבלנו שתי משוואות:

$$\begin{aligned}V&=\frac{D_1}{D_1+D_2}V_g\\ \frac{V}{R}&=\frac{D_1T_s}{2L}\left(D_1+D_2\right)\left(V_g-V\right)\end{aligned} \tag{54}$$

שפתרונן הוא: (דילגנו על האלגברה ...)

$$\frac{V}{V_g}=\frac{2}{1+\sqrt{1+\frac{8L}{RT_sD_1^2}}} \tag{55}$$

זהו הגבר המתח של ממיר Buck אידיאלי במשטר עבודה DCM.

ניתן לראות שב – DCM <u>הגבר המתח הוא גם פונקציה של העומס</u> (הנגד R). כזכור, ב – CCM הגבר המתח תלוי ב – duty-cycle בלבד, ואינו תלוי בעומס.

פתרון זה תקף רק כאשר הממיר אכן עובד ב – DCM, והתנאי לכך הוא:

$$\frac{2L}{RT_s}<1-D_1 \tag{56}$$

כפי שפיתחנו קודם.

ד"ר יואש לברון,
הפקולטה להנדסת חשמל,
הטכניון, מכון טכנולוגי לישראל.
yoashl@ee.technion.ac.il